



DADOS DE IDENTIFICAÇÃO E ATRIBUTOS

CARGA HORÁRIA (estudante)							MODALIDADE/ SUBMODALIDADE	PRÉ-REQUISITO (POR CURSO)		
T	T/P	P	PP	Ext	E	TOTAL				
60	0	0	0	0	0	60	TEÓRICA	MATB37, MATA03		

CARGA HORÁRIA (docente/turma)							MÓDULO						SEMESTRE DE INÍCIO DA VIGÊNCIA	
T	T/P	P	PP	Ext	E	TOTAL	T	T/ P	P	PP	Ex t	E		
60	0	0	0	0	0	60	45						2023.1	

EMENTA

O corpo dos números complexos. Limite, continuidade e funções complexas. Derivada complexa e as funções holomorfas. Séries de potências e funções analíticas. Teoria de Cauchy. Singularidades e séries de Laurent. Resíduo e pólos: aplicação ao cálculo de integrais reais. Transformações conformes aplicações.

OBJETIVOS

OBJETIVO GERAL

Estudar a relação entre as funções holomorfas e analíticas no plano complexo. Usar estas relações para provar o Teorema Fundamental da Álgebra, calcular integrais reais e estudar aplicações conformes.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Aprender a demonstrar os teoremas, variações destes e a resolver problemas usando estes. Usar as ferramentas desenvolvidas no cálculo de integrais reais.

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

1. O CORPO DOS NÚMEROS COMPLEXOS.

- 1.1. Relação entre o plano euclidiano e corpo dos números complexos.
- 1.2. Topologia no corpo dos complexos.
- 1.3. Limites, sequências, continuidade e diferenciabilidade (real) de aplicações dos complexos nos reais ou no plano real.

2. FUNÇÕES HOLOMORFAS.

- 2.1. Funções complexas.
- 2.2. Derivada complexa.
- 2.3. Funções holomorfas.
- 2.4. Exponencial, logaritmo e potência arbitrárias.

3. SÉRIES DE POTÊNCIAS E FUNÇÕES ANALÍTICAS.

- 3.1. Séries de potências.
- 3.2. Convergência.
- 3.3. Propriedades das funções definidas por uma série de potência.
- 3.4. Funções analíticas.

4. TEORIA DE CAUCHY.

- 4.1. Integração.
- 4.2. Teorema de Cauchy-Goursat.
- 4.3. Fórmula Integral de Cauchy.
- 4.4. Teorema de Liouville.
- 4.5. Teorema fundamental da Álgebra.
- 4.6. Princípio do Módulo Máximo.
- 4.7. Teorema de Cauchy sobre integração de curvas fechadas.
- 4.8. Teorema de Morera.

5. SINGULARIDADES E SÉRIES DE LAURENT.

- 5.1. Séries de Laurent.
- 5.2. Classificação de singularidades isoladas.
- 5.3. Resíduos.
- 5.4. Teorema de Rouché.
- 5.5. Cálculo de integrais utilizando resíduos.

6. APLICAÇÕES CONFORMES.

- 6.1. Aplicações que preservam ângulos.
- 6.2. A esfera de Riemann.
- 6.3. Transformações de Möbius.
- 6.4. Aplicações entre domínios do corpo dos complexos.

METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM

Aulas expositivas onde são apresentados e demonstrados os teoremas que compõem o conteúdo do componente. Discussão sobre as aplicações dos resultados, exemplos, relações com outras áreas do conhecimento. Discussão sobre as dúvidas dos(as) discentes e resolução de problemas. Miscelânea de problemas para resolução por parte dos(as) discentes sobre todos os assuntos do conteúdo.

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM

Dois provas escritas sobre os capítulos 1, 2, 3 e 4, 5, 6, respectivamente, realizadas no horário de aula marcadas desde o primeiro dia de aula com duração igual ao da aula.

REFERÊNCIAS

REFERÊNCIAS BÁSICAS

- ÁVILA, Geraldo. *Variáveis Complexas e Aplicações*. Rio de Janeiro: LTC, 2000.
- CHURCHILL, Ruel V.. *Variáveis complexas e suas aplicações*. São Paulo: Mc Graw-Hill, 1978.
- SOARES, Marcio G.. *Cálculo em uma variável complexa*. Coleção Matemática Universitária. Rio de Janeiro: IMPA, 1999.
- SPIEGEL, M. R.. *Variáveis Complexas*. Coleção Schaum. São Paulo: McGraw-Hill, 1972.

REFERÊNCIAS COMPLEMENTARES

- CARTAN, Henri. *Elementary Theory of Analytic Functions of One or Several Complex Variables*. New York: Dover 1995.
 - AHLFORS, Lars. *Complex Analysis: an introduction to the theory of analytic functions of one complex variable*. Providence, Rhode Island: AMS Chelsea Publishing, 2021.
 - GROVE, Edward A., Ladas, G.. *Introduction to Complex Variables*. Boston: Houghton Mifflin Company, 1974.
-

ANEXO: CONTEÚDO PROGRAMÁTICO - CRONOGRAMA

1ª AULA . Apresentação da disciplina: Conteúdo, referências bibliográficas, forma de avaliação e dúvidas dos alunos.
Introdução: A invenção dos números imaginários: contribuições de Del Ferro, Tartaglia e Cardano.

2ª AULA. Números complexos: Definição segundo Hamilton. Mergulho isomórfico dos reais nos complexos. Notação de Euler. Partes real e imaginária. Quocientes, potências, Teorema do Binômio de Newton.

3ª AULA. Conjugado complexo e norma: Conjugação e norma, propriedades. Desigualdade triangular. Identidade de Lagrange. Desigualdade de Cauchy.

4ª AULA. Representação geométrica dos números complexos: Soma, diferença. Círculos, discos abertos e fechados. Representação polar. Argumento, argumento principal, produto e quociente. Identidade de De Moivre.

5ª AULA. Raízes de números complexos: Raízes inteiras e potências racionais. Raízes n -ésimas de 1. Representação geométrica. **Equações quadráticas:** Solução de equações algébricas de grau 2, 3 e 4.

6ª AULA. Conjuntos abertos e fechados: Vizinhanças, pontos interiores, exteriores, de fronteira e limites (ou de acumulação). Conjuntos limitados, conjuntos compactos. Diâmetro de um conjunto. Distância entre conjuntos.

7ª AULA. Funções e continuidade: Funções. Funções complexas de uma variável complexa. Limites, propriedades dos limites. Continuidade, continuidade uniforme. Descrição geométrica de uma função $w=f(z)$.

8ª AULA. Sequências e séries de números complexos: Sequências convergentes e divergentes, propriedades. Séries convergentes, divergentes.

9ª AULA. Sequências e séries de números complexos: Séries absolutamente convergentes e condicionalmente convergentes, propriedades. Teste da raiz n -ésima.

10ª AULA. Compactidade: Teorema da intersecção de Cantor. Teorema de Bolzano-Weierstrass. Teorema da cobertura de Heine-Borel. Lema da cobertura de Lebesgue. **Conjuntos conexos por caminhos e domínios.** Curvas, domínios e domínios estrelados. **O plano complexo estendido:** A projeção estereográfica. A esfera de Riemann.

11ª AULA. A derivada complexa: Derivadas, funções analíticas (holomorfas), funções inteiras. Exemplos.

12ª AULA. Séries de potências: Convergência de séries de potências. Teste de Cauchy-Hadamard: Raio de convergência. Analiticidade das séries de potências. Derivada e primitiva termo a termo.

13ª AULA. Funções exponencial, trigonométricas e hiperbólicas. Definição e propriedades da função exponencial. O cosseno e o seno complexos. Fórmulas de Euler. Funções hiperbólicas.

14ª AULA. O logaritmo complexo: Funções \log e Log . Ramos do logaritmo e sua analiticidade. Inversas das funções trigonométricas e hiperbólicas.

15ª AULA. As equações de Cauchy-Riemann: Condições necessárias e suficientes sobre as derivadas parciais de u e v para que $f(z)=u+iv$ seja analítica.

16ª AULA. Funções harmônicas: Equação de Laplace. Funções harmônicas conjugadas.

17ª AULA. Dúvidas dos(as) discentes relativas à primeira avaliação.

18ª Primeira avaliação.

19ª AULA. Integração ao longo de contornos. Curvas, contornos, integrais de funções com valores complexos ao longo de contornos.

20ª AULA. Teorema de Cauchy para domínios estrelados: Teorema de Cauchy para triângulos. Primitivas de funções analíticas em domínios estrelados. Teorema de Cauchy para domínios estrelados. Exemplos: cálculo de integrais impróprias.

21ª AULA. Fórmula integral de Cauchy e aplicações: Fórmula integral de Cauchy para uma função analítica num disco aberto. Desigualdade de Cauchy. Teorema de Liouville. Prova do Teorema Fundamental da Álgebra. Teorema de Moreira.

22ª AULA. Série de Taylor de uma função analítica: Expansão de uma função analítica em série de Taylor em torno de um ponto. Princípio do módulo máximo. Lema de Schwarz.

23ª AULA. Teorema de Cauchy para domínios simplesmente conexos: Integração de uma função analítica ao longo de uma curva (continuação analítica da primitiva de uma função analítica ao longo de uma curva). Homotopia, homotopia relativa aos pontos extremos, homotopia através de curvas fechadas, curvas contráteis, conjuntos simplesmente conexos.

24ª AULA. Fórmula generalizada de Cauchy: Índice de uma curva em relação a um ponto. Homotopia versus índice. Fórmula generalizada de Cauchy.

25ª AULA. Expansão de Laurent de uma função analítica: Existência da série de Laurent de uma função analítica num anel.

26ª AULA. Classificação de singularidades isoladas: Singularidades isoladas, essenciais, removíveis e polos. Cálculo de polos. Funções meromórficas. Singularidades na fronteira do domínio de uma função analítica.

27ª AULA. Teorema do resíduo de Cauchy: Cálculo dos resíduos de uma função analítica num polo. Teorema do resíduo de Cauchy. **Aplicações do Teorema do resíduo de Cauchy. Princípio do Argumento e Teorema de Rouché.**

28ª AULA. Aplicações. Fluxos bidimensionais. E.D.O.. Transformada de Fourier. Transformada de Laplace. Transformações conformes e transformações de Möbius.

29ª AULA. Dúvidas dos(as) discentes relativas à segunda avaliação.

30ª AULA. Segunda avaliação.



Emitido em 22/05/2023

PROGRAMA E EMENTA Nº 1367/2023 - CAT/IME (12.01.17.14)

(Nº do Protocolo: NÃO PROTOCOLADO)

(Assinado eletronicamente em 22/05/2023 18:53)

JAIME LEONARDO ORJUELA CHAMORRO

PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR

DM/IME (12.01.17.03)

Matricula: ###969#4

(Assinado eletronicamente em 23/05/2023 09:49)

JOILSON OLIVEIRA RIBEIRO

CHEFE - TITULAR

DM/IME (12.01.17.03)

Matricula: ###656#0

Para verificar a autenticidade deste documento entre em <https://sipac.ufba.br/public/documentos/> informando seu número: **1367**, ano: **2023**, tipo: **PROGRAMA E EMENTA**, data de emissão: **22/05/2023** e o código de verificação: **37024c4800**